

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix}$.

- a) (0,75 puntos) Calcular el determinante de la matriz (AA^T) con A^T la traspuesta de A .
- b) (0,75 puntos) Estudiar para qué valores del parámetro α se satisface la ecuación

$$4|A|^2 - 2|A^T| + 2\alpha^2 = 0 \text{ con } |A| = \det(A).$$

- c) (1 punto) Obtener la inversa de A cuando sea posible.

A 2. Para la función $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

- a) (1 punto) Estudiar su continuidad.
- b) (0,75 puntos) Razonar si $g(x) = (x^2 - 1)f(x)$ es una función derivable.
- c) (0,75 puntos) Calcular $\int_2^3 f(x)dx$.

A 3. (2,5 puntos) En un campo hay plantados 50 manzanos. En este momento cada manzano produce 800 manzanas. Está estudiado que por cada manzano que se añade al campo, los manzanos producen 10 manzanas menos cada uno. Determinar el número de manzanos que se deben añadir para maximizar la producción de manzanas de dicho campo.

A 4.

- a) (0,75 puntos) Obtener la ecuación del plano que pasa por el punto $A(-1, -1, 1)$ y es perpendicular al vector $v = (1, -2, -1)$.
- b) (1 punto) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta r que se obtiene como intersección de los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv x - 2y - z = 0 \\ \pi_2 \equiv z - 1 = 0 \end{cases}$.
- c) (0,75 puntos) Estudiar si son linealmente independientes los vectores $v_1(2, 1, 0)$, $v_2(0, -2, 0)$, $v_3(0, 1, 1)$.

OPCIÓN B AL DORSO

OPCIÓN B

B 1. (2,5 puntos) Utilizar las propiedades de los determinantes para obtener los valores de a y b que satisfacen simultáneamente las ecuaciones

$$\begin{vmatrix} a+b & 1 & 2 \\ a-b & 0 & 1 \\ a+2b & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a & a \\ a^2 & ba^2 \end{vmatrix} = 0$$

B 2. Sea la función $f(x) = \frac{x^2}{4-x}$. Determinar:

- a) (0,5 puntos) Su dominio de definición.
- b) (0,5 puntos) Sus asíntotas.
- c) (0,75 puntos) Máximos y mínimos.
- d) (0,75 puntos) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

B 3.

a) (1,5 puntos) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{x+1}{x^2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-4}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}.$$

b) (1 punto) Utilizar el cambio de variable $t^2 = 1 + x^2$ para calcular $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

B 4. (2,5 puntos) Hallar el punto D de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ que esté a la misma distancia de los

puntos $C = (1, -1, 2)$ y $B = (1, 1, 2)$. Razonar si la recta r es perpendicular o no al plano $\pi \equiv -x + 2y + z = 0$.



En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

- a) Se valorará positivamente el conocer que el determinante de un producto es el producto de los determinantes, no obstante los estudiantes que calculen AA^T obtendrán 0.25 puntos.
- b) No se dará la máxima puntuación si no se especifican todos los valores posibles de a .
- c) Se adjudicará 0.25 puntos por la obtención del valor del parámetro que asegura la existencia de inversa.

A 2.

Se tendrá en cuenta que el estudiante demuestre conocer los resultados teóricos necesarios.

A 3.

Se valorará con un punto el planteamiento correcto de la función de producción y con 0.75 puntos el cálculo correcto de su primera y segunda derivadas.

A 4. En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.

OPCIÓN B

B 1.

El estudiante que no utilice las propiedades de los determinantes NO tendrá mas de un punto aunque el resultado final sea el correcto.

B 2.

Los cálculos intermedios serán tenidos en cuenta. Por la obtención correcta de $f'(x)$ y $f''(x)$ se dará 0.5 puntos.

B 3.

- a) Los dos primeros límites se valorarán con 0.25 puntos cada uno y los otros dos con 0.5 puntos cada uno.
- b) Por la realización correcta del cambio de variable se dará hasta 0.75 puntos.

B 4. Se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.